УДК 338.27

А. В. Верстяк
канд. екон. наук, доцент
Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича
В.П. Николюк
Буковинський державний фінансово-економічний університет

СТРЕС-ТЕСТУВАННЯ РИНКОВИХ ФАКТОРІВ ПОШИРЕННЯ ФІНАНСОВИХ ІНФЕКЦІЙ

В останні роки невід'ємним елементом ризик-менеджменту фінансових організацій, і, в першу чергу, банків та страхових компаній, є стрес-тестування. Дослідження МВФ показують, що в більшості країн регулятори фінансових ринків встановлюють вимоги до проведення стрес-тестів. В Україні на сьогодні практика застосування стрес-тестування не настільки широка, а пропозиції Центрального Банку з цього питання носять рекомендаційний характер. Разом з тим тенденції розвитку ринку дозволяють очікувати широкого розповсюдження стрес-тестування.

Проведення процедури стрес-тестування має дві труднощі: по-перше, складність полягає у виборі відповідної базової моделі ризику, по-друге, складно здійснити будь-які зміни в базовій моделі ризику для її модифікації.

Для вирішення першої проблеми, а саме підбору найбільш відповідного типу стрес-тесту, Ребонато в праці [1] пропонує використовувати БулевуБаєсову мережу. В праці фактори ризику визначаються як булеві змінні, які приймають 2 значення: "істинно" (true) або "хибно" (false). Після опису змінних фактори ризику з'єднуються між собою причинно-наслідковою баєсовою мережею (CausalBayesiannetworks): така мережа описує розподіл факторів ризику в умовах обмеженої кількості умовних ймовірностей. Зазначений подвійний алгоритм спрощення дозволяє здійснити переоцінку керованої кількості умовних ймовірностей. Потенційний недолік описаного методу полягає в тому, що хибна/істинна розбивка ризику може виявитись занадто "грубою" в моделюванні реалістичних сценаріїв ризику.

Вирішення другої проблеми, а саме включення методики стрес-тестування в моделі ризику, можна реалізувати на основі підходу "ентропічного об'єднання" запропонованого в [2]. В такому випадку дані, отримані в процесі апробації моделей стрес-тестів, повинні мати найменші відхилення від даних, що отримані в базовій моделі ризику, однак при цьому задовольняти власні умови (мірою відхилення при цьому виступає перехресна ентропія).

В праці [2] досліджується проведення стрес-тестів розподілів в двох випадках: при нормальній ситуацій на ринку, а також при наявності розподілу, побудованого на основі історичних даних та методі Монте-Карло.

В теорії "Ентропічного об'єднання" [2] побудова розподілу здійснюється трьома методами:

1. Параметричний підхід - розподіл будується на основі наборів параметрів: нормальний розподіл, t-розподіл Стьюдента або копули. Дослідження параметричних розподілів детально досліджено в праці [3].

© А.В. Верстяк, В.П. Николюк, 2012

2. Побудова розподілу на основі випадкових сценаріїв, наприклад імітаційне моделювання методом Монте-Карло, які аналізуються в [4, 5].

3. Побудова розподілу із використанням гістограм. В одновимірному випадку гістограма відображає дискретний набір детермінованих значень через рівні проміжки часу, а також відповідний розподіл ймовірностей або "комірок".

Слід зазначити, що в реальних практичних випадках ринок, який описаний гістограмою, є багатовимірним і тому потрібно враховувати набір декількох дискретних розподілів. Тому розглянемо N факторів ризику $X \equiv (X_1,...,X_N)'$, які вважаються дискретними, тобто для кожного $n=1,...,N$ фактор X_n може призвести тільки до набору K_n наслідків:

$$X_n \in \{x_{n,1},...,x_n,k_n\}. \quad (1)$$

Наприклад, розглянемо випадок $N \equiv 3$ факторів X_1, X_2, X_3. Припустимо, що змінна X_1 означає зростання фондових індексів і набуває значень "низьке (L)", "середнє (M)" і "високе (H)"; змінна X_2 описує дефолт відповідної країни і приймає значення "дефолт (D)" та "вихід із кризи (S)"; змінна X_3 описує інтервенцію ЦБ із відповідними значеннями - "зменшення (C) " та "підвищення (R)" процентних ставок. Відповідно до (1) описані змінні можна записати так:

$$\begin{aligned} &X_1 \in \{L, M, H\}, \\ &X_2 \in \{D, S\}, \\ &X_3 \in \{C, R\}. \end{aligned} \quad (2\text{-}3)$$

Загальна кількість об'єднаних сценаріїв $J \equiv \prod_{n=1}^{N} K_n$. В праці [1], наприклад, всі змінні є булевими, тобто $X_n \in \{T,\ F\}$, і тоді кількість можливих сценаріїв $J \equiv 2^N$.

Відповідно, можна сформувати матрицю **X** розмірності $J \times N$ із Jоб'єднаних сценаріїв Nризик-факторів. Випадкові властивості зазначених подій описується J-вимірним вектором **p**-ймовірностей кожного сценарію. Позначимо через (**X, p**) апріорний розподіл ринку. В нашому прикладі існує $J = 3 \times 2 \times 2 = 12$ об'єднаних сценаріїв. Припустимо, що для всіх сценаріїв існує однакова ймовірність, тоді апріорний розподіл буде виглядати так(4):

X	
L	
D C	/12
L	
D R	/12
L	
S C	/12
L	
S R	/12
M	
D C	/12
M	
D R	/12
M	
S C	/12
M	
S R	/12
H	
D C	/12

H D R	/12
H S C	/12
H S R	/12

Ребонато [1] визначає апріорні ймовірності через задання структури мережі Баєса, тобто відбувається заміна ймовірностей $\mathbf{P}\{x_1,...,x_N\}$:

$$\mathbf{P}\{x_1,...,x_N\} \equiv \prod_{n=1}^{N} P\left\{x_n \mid \mathbf{x}_{c(n)}\right\}, \tag{5}$$

де $\mathbf{x}_{c(n)}$ означає набір змінних $\{x_1,...,x_N\}$, які мають причинно-наслідкові зв'язки із фактором X_n.

Наприклад, представимо що у нашому випадку зміна X_1 викликана тільки зміною X_3, а, отже, згідно із мережею Баєса $\{X_2;\ X_1 \leftarrow X_3\}$. Тому вектор р в (5) може бути генерований таким чином:

$$\mathbf{P}\{x_1,\ x_2,\ x_3\} = \mathbf{P}\{x_1 \mid x_3\}\mathbf{P}\{x_2\}\mathbf{P}\{x_3\}. \tag{6}$$

Отже ймовірності будуть виглядати так: $\mathbf{P}\{X_2 = D\}$, $\mathbf{P}\{X_3 = C\}$, $\mathbf{P}\{X_1 = L \mid X_3 = C\}$, $\mathbf{P}\{X_1 = M \mid X_3 = C\}$, $\mathbf{P}\{X_1 = L \mid X_3 = R\}$ та $\mathbf{P}\{X_1 = M \mid X_3 = R\}$.

В більш загальному випадку ми можемо визначити апріорний розподіл використовуючи частотну оцінку, яка і буде використана нижче для дослідження поширення фінансових інфекцій в Україні.

Об'єктом проведення стрес-тестування в досліджуваному випадку виступають особливості розподілу факторів ризику X. Як правило при проведенні стрес-тестів визначається кореляція та волатильність ризик-факторів.

Позначимо через $\tilde{\mathbf{P}}$ суб'єктивну ймовірність певного практика, а через к – його прогноз:

$$\tilde{\mathbf{P}}\{X_{n1} \in x_{n1},\ X_{n2} \in x_{n2},... \mid X_{m1} \in x_{m1},\ X_{m2} \in x_{m2},...\} \leqq \tilde{\upsilon}_k, \tag{7}$$

де x_n-це підмножина потенційних вихідних параметрів (1) фактор-ризику X_n; $\tilde{\upsilon}_k$-суб'єктивний поріг ймовірності.

Наприклад, розглянемо стрес-тест: ймовірність дефолту країни 30%, а зміна фондових індексів (середнього значення) – 70%, тоді:

$$\tilde{\mathbf{P}} = \left\{X_1 \in \{M,\ H\} \mid X_2 = D\right\} \geq 0{,}7, \tag{8}$$

$$\tilde{\mathbf{P}} = \{X_2 = D\} \geq 0{,}3. \tag{9}$$

Кожний прогноз або стрес-тест може бути доданий лінійними обмеженнями вектора $\tilde{\mathbf{p}}$ (для суб'єктивних ймовірностей, які асоційовані з кожним сценарієм). Так, позначимо через $I_{jnt(k)}$ індикатор сценаріїв, при яких задовольняються умови стрес-тесту (7), які позначимо через $I_{cnd(k)}$. Тоді, використовуючи тотожність $\mathbf{P}\{A \mid B\} = \mathbf{P}\{A \cap B\} / \mathbf{P}\{B\}$ ми можемо переписати (55) у вигляді:

$$\left(I_{jnt(k)} - \tilde{\upsilon}_k I_{cnd(k)} -\right)'\tilde{\mathbf{p}} \leqq 0. \tag{10}$$

Крім того, у особливому випадку, якщо умова відсутня, то (7) набуде вигляду:

$$I'_{jnt(k)}\tilde{\mathbf{p}} \leqq \tilde{\upsilon}_k. \tag{11}$$

Обидва співвідношення (10)-(11) виступають лінійними обмеженнями на $\tilde{\mathbf{p}}$. Розглянемо приклад (8), де:

$$I_{jnt} \equiv I_{X_1 \in \{M,\ H\} \cap X_2 = D}, \tag{12}$$

$$I_{cnd} \equiv I_{X_2 = D}. \tag{13}$$

З (4) отримаємо:

$$I_{jnt} = (0,0,0,0,1,1,0,0,1,1,0,0)', \tag{14}$$

$$I_{cnd} = (1,1,0,0,1,1,0,0,1,1,0,0)'. \tag{15}$$

Тоді, згідно із (10), стрес-тест (8) та (9) набуде вигляду:

$$-0,7\tilde{p}_1 - 0,7\tilde{p}_2 + 0,3\tilde{p}_5 + 0,3\tilde{p}_6 + 0,3\tilde{p}_9 + 0,3\tilde{p}_{10} \geq 0, \tag{16}$$

$$\tilde{p}_5 + \tilde{p}_6 + \tilde{p}_7 + \tilde{p}_8 + \tilde{p}_9 + \tilde{p}_{10} \geq 0,3. \tag{17}$$

Слід додати, що в праці [4] стрет-тест очікувань, кореляції та волатильності може бути виражений через лінійні обмеження на ймовірності, тобто прогноз (стрес-тест) може бути записаний як:

$$\mathbf{A}\tilde{\mathbf{p}} \leq \mathbf{b}, \tag{18}$$

де A і bвідповідно матриця та вектор, які задовольняють відповідні умови.

Стрес-тестування або здійснення прогнозів можуть бути і не відповідними реальній ситуації, оскільки існує можливість існування вектора p, який їх задовольняє і виступає, в свою чергу, вектором ймовірностей:

$$1'\mathbf{p} \equiv 1, \quad p \geq 0. \tag{19}$$

В досліджуваному випадку для перевірки відповідності проведення стрес-тестування введемо співвідношення:

$$\mathbf{b} \to \mathbf{b} + \delta\mathbf{b}, \tag{20}$$

де $\delta\mathbf{b} \geq 0$ - мінімальне відхилення, яке в загальному випадку тотожне нулю $\delta\mathbf{b} \equiv 0$, однак в деяких випадках може бути і строго додатнім. Для знаходження $\delta\mathbf{b}$ розглянемо таку задачу:

$$\delta\mathbf{b} \equiv \arg\min_{\mathbf{x}} \{\gamma'\mathbf{x}\}, \tag{21}$$

де x задовольняє умови:

$$\mathbf{x} \geq 0, \tag{22}$$

$$\mathbf{A}\mathbf{p} \leq \mathbf{b} + \mathbf{x}, \tag{23}$$

а p задовольняє умову (19). Вектор-константа $\gamma \equiv -\ln(1-c)$ в задачі (21) виступає функцією відносної відповідності кожного прогнозу ($\mathbf{c} \in (0,1)$). Елементи вектора γ завжди додатні і, при цьому, наближені до нуля при низькій довірі прогнозу та строго більше нуля при високій довірі прогнозу. Тому задача (21) порушує прогнози з низькою довірою, а інші залишає незмінними.

Останній етап проведення стрес-тестів полягає у знаходженні апостеріорних значень досліджуваних змінних. Для цього розглянемо апріорний розподіл, який представлений множинною гістограмою $(\mathbf{X}, \mathbf{p})$ і введемо альтернативну гістограму $(\mathbf{X}, \mathbf{q})$, де q– це новий вектор ймовірностей. Аналогічно попередньому підрозділу відстань від $(\mathbf{X}, \mathbf{p})$ до $(\mathbf{X}, \mathbf{q})$ можна виразити через перехресну ентропію:

$$\varepsilon(\mathbf{q},\ \mathbf{p}) \equiv \sum_{j=1}^{J} q_j \ln \frac{q_j}{p_j}. \tag{24}$$

Перехресна ентропія дорівнює нулю тільки у тому випадку, якщо $\mathbf{q} = \mathbf{p}$, а в н інших – строго додатна.

Апостеріорний розподіл представлений новими ймовірностями $\tilde{\mathbf{p}}$, які максимально наближені до відповідних апріорних значень та задовольняють умови (18)-(20). Однак перевірка відповідності прогнозу дещо інакша:

$$\tilde{\mathbf{p}} \equiv \arg\min_{\mathbf{Aq} \le \mathbf{b} + \delta \mathbf{b}} \varepsilon(\mathbf{q},\ \mathbf{p}). \tag{25}$$

Кількість змінних в (25) дорівнює J, тобто кількості об'єднаних сценаріїв.

Відповідно до розробленої методики здійснимо стрес-тестування фінансового ринку України з метою виявлення факторів поширення фінансових інфекцій. Для цього проведемо аналіз як зміниться індекс MSCI в Україні при зміні аналогічного індексу в країнах, які мають найбільші спреди кредитних дефолтнихсвопів, а отже - високу ймовірність дефолту.

Отже, розглянемо зміни індексу MSCI таких країн: Німеччина, Італія, Франція, Іспанія, Голландія, Бельгія, Греція, Португалія та Україна, які вважатимемо ризик факторами. Таким чином, $N \equiv 9, Z_i,\ i = 1,...,9$. Здійснимо розподіл введеної змінної на три блоки:

$$X_n \equiv \begin{cases} 1, \ якщо \ \Delta Z_n > \overline{q}_n \\ 0, \ якщо \ \underline{q} \le \Delta Z_n \le \overline{q}_n, \quad n = 1,...,9, \\ -1, \ якщо \ \Delta Z_n < \underline{q}_n \end{cases} \tag{26}$$

де ΔZ_n - це зміна індексу MSCI (тобто досліджуваний ризик-фактор), а обмеження $\overline{q}_n$ та q_n - відповідно верхня та нижня історична терциль.

В системі Matlab сформовано матрицю X розмірності $J \times N$, елементи якої містять всі сценарії X, де $J = 3^9 = 19683$, а $N = 9$, тому для визначення апріорної інформації потрібно присвоїти ймовірність p_j кожному з 19683 сценаріїв. У зв'язку з цим була сформована база даних щоденних індексів MSCI по дев'яти країнах у період з 30 червня 2008 року по 21 вересня 2012 року. Після цього проведено розрахунки зміни індексів, а також розраховані нижні та верхні терцині відповідно до (26).

Для того, щоб переконатися, що жоден із сценаріїв не увійшов а апріорний розподіл, ми зменшили частотну оцінку для рівномірного розподілу:

$$\mathbf{p} \to (1 - \in)\mathbf{p} + 1 \in \frac{1}{J}, \tag{27}$$

де коефіцієнт усадки $\in \equiv 0,01$.

На рис 1 (верхня частина) зображено гістограму апріорних ймовірностей.

Для кращого розуміння зазначених ймовірностей в табл 1. відобразимо кореляції між досліджуваними ризик факторами, значення яких отримано на основі апріорного розподілу.

Таблиця 1

Коефіцієнт кореляції між $Z_i,\ i = 1,...,9$ (апріорний розподіл), %

	IT	FR	ES	NL	BE	GR	PT	UA
DE	76	-15	23	20	39	-8,4	-20	28
IT	1	-15	21	12	5,2	-4,5	-18	31
FR		1	-44	10	-11	3,5	37	-15
ES			1	-9	14	5	-70	15

NL				1	-30	-40	5	-15
BE					1	31	8	24
GR						1	2	10
PT							1	-13

Джерело: розраховано автором в системі Matlab

До проведення стрес-тесту найбільші зв'язки індексу MSCI в України існують з Німеччиною, Італією та Бельгією. Відповідно зміни на фінансових ринках цих країн можуть призвести до відповідних змін і в Україні.

Проведення стрес-тесту.

Відповідно до отриманих історичних результатів задамо умови, які перевищують нормальні умови функціонування фінансових ринків країн для проведення стрес-тестування:

$\tilde{\mathbf{P}}\{X_n = -1\} \geq 40\%,\ \tilde{\mathbf{P}}\{X_n = 1\} \geq 40\%,\ n = 1,...,N$, тобто ймовірність розміщення зміни індексів у верхній та нижній терцилі збільшена на 40%.

$$\tilde{\mathbf{P}}\{X_1 \in \{-1, 0\} \cap X_2 \in \{-1, 0\} \cap X_8 = 1 | X_4 = 1\} \geq 50\%$$

$Cor\{X_1,\ X_2\} \leq 70\%$-кореляція між зміною індексу MSCI в Німеччині та Італії не перевищить 70%.

Враховуючи апріорний розподіл та вищенаведені умови стрес-тесту розрахуємо апостеріорний розподіл у відповідності з (25). В нижній частині рис 1. зображено гістограму апостеріорних ймовірносте $\tilde{\mathbf{p}}$

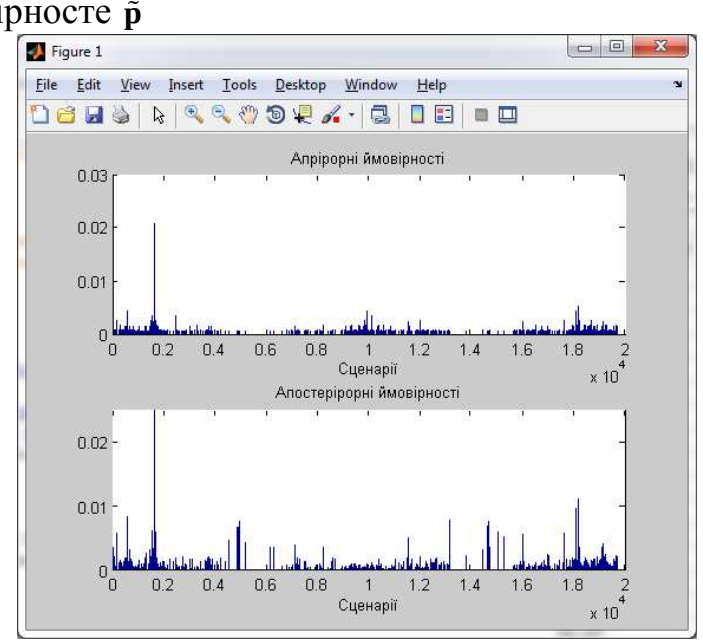

Рис 1. Порівняння апріорних (історичних) та апостеріорних (стрес-тестів) ймовірностей (Джерело: розраховано автором в системі Matlab)

Відповідні в кореляції між досліджуваними ризик факторами, значення яких отримано на основі апостеріорного розподілу наведенні в табл 2

Таблиця 2

Коефіцієнт кореляції між $Z_i,\ i = 1,...,9$ (апостеріорний розподіл), %

	IT	FR	ES	NL	BE	GR	PT	UA
DE	58	-12	22	15	4,7	-7,7	-18	30
IT	1	-20	26	5,8	7,8	-3,9	-2,4	31
FR		1	-11	17	6,1	-75	21	-20

ES			1	-33	-46	8,6	-24	20
NL				1	34	-11	24	-24
BE					1	-5,3	12	24
GR						1	-20	12
PT							1	-20

Джерело: розраховано автором в системі Matlab

З таблиць 1-2 можна побачити як змінилися кореляції зміни індексів MSCI між досліджуваними країнами. Можна зробити однозначний висновок про наявність явища фінансової інфекції - зміна певних умов в одних країнах призводить до зміни індексів MSCI в інших. Так, проведення стрес тесту (а саме збільшення тісноти зв'язку між Німеччиною та Італією, зміна умов в Німеччині, Італії, Португалії та Іспанії) призвела до збільшення кореляції індексу MSCI між Україною та досліджуваними країнами.

Таким чином, розроблена модель стрес-тестування показує наскільки фінансова стабільність стійка при реалізації прогнозів і дає розуміння про можливі вразливості. Хоча екстремальні явища не можна спрогнозувати, вивчення їх впливу на ефективність роботи організації зміцнює розуміння ситуації.

Розроблена модель стрес-тесту визначає сценарій, який використовує спеціальний алгоритм для визначення очікуваного впливу на зміну ризик-факторів у випадку реалізації різних сценаріїв. Як приклад, фундаментальним ризик-фактором моделі є зміна індексу MSCI, однак модель дозволяє використовувати і інші характеристики, які впливають на поширення фінансових інфекцій: зміна процентних ставок, цін нафту, золото, зміна прибутковості, інші індекси (S&P 500) тощо.

Література

1. Rebonato R. A Bayesian approach to stress testing and scenario analysis / R.A. Rebonato// Journal of Investment Management, Third Quarter. 2010. - pp. 121-135.
2. Attilio Meucci Fully Flexible Views: Theory and Practice [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://scrn.com/abstract=1413325
3. 156. Meucci A. Fully flexible views with parametric multivariate distributions, Working Paper Available [Електронний ресурс]. / A. Meucci, D. Ardia, S. Keel // Режим доступу: at http://scrn.com/abstract=1143549.
4. Meucci A. Historical scenarios with Fully Flexible Probabilities, GARP Risk Professional, Article and code available at December, 2010. - pp. 40—43. [Електронний ресурс]. / A. Meucci Режим доступу: http://symnys.com/node/152.
5. Meucci A. Effective number of scenarios with Fully Flexible Probabilities, GARP Risk Professional February, 2012. - pp. 32—35 Article and code a vailable at. [Електронний ресурс]. / A. Meucci // Режим доступу: http://symnys.com/node/162.

1. Rebonato, R.A. (2010), *"Bayesian approach to stress testing and scenario analysis"*, Journal of Investment Management, pp. 121-135.
2. Attilio Meucci Fully Flexible Views: Theory and Practice, available at: http://scrn.com/abstract=1413325
3. Meucci, A. *Fully flexible views with parametric multivariate distributions*, available at: http://scrn.com/abstract=1143549.
4. Meucci, A. *Historical scenarios with Fully Flexible Probabilities*, GARP Risk Professional, available at: http://symnys.com/node/152.
5. Meucci A. *Effective number of scenarios with Fully Flexible Probabilities*, GARP Risk Professional, available at: http://symnys.com/node/162.